

諸外国の数学教育文献に見る数学的リテラシー

Various Conceptions of Mathematical Literacy in the World

阿部 好貴

ABE Yoshitaka

広島大学大学院博士課程後期在学

Graduate Student of Hiroshima University

[要約] エバ・ヤブロンカは、数学的リテラシーに関わる様々な文献をレビューし、数学的リテラシーの多様な捉え方・考え方を、次の5つにまとめている。人的資本の開発のための数学的リテラシー、文化的アイデンティティのための数学的リテラシー、社会変化のための数学的リテラシー、環境についての意識のための数学的リテラシー、数学を評価するための数学的リテラシー。

エバ・ヤブロンカ (Eva Jablonka) の数学的リテラシー (ドイツ)

エバ・ヤブロンカ (2003) は、数学的リテラシーに関わる様々な文献をレビューし、数学的リテラシーの多様な捉え方・考え方をまとめている。換言すれば、世界的に行われている数学的リテラシーの議論の概観を捉えているといえよう。従って、本稿ではヤブロンカの「数学的リテラシー」を考察することで、これまで、そして現在なされている数学的リテラシーの議論の概観を捉えたい。

【引用文献】

Eva Jablonka, (2003). *Mathematical Literacy*. In Alan J. Bishop, M. A. Clements, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick & Frederick K. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematical Education Part One* (pp. 75-102). Kluwer Academic Publishers.

(1) 数学的リテラシー、ニューメラシーの史的発展について

ヤブロンカは、「ニューメラシー」や「数学的リテラシー」という用語の発展をまとめている。「ニューメレート」という用語が初めて現れたのはウェブスター・カレッジエイト・ディクショナリーの1959年版であり、そこでの「ニューメレート」は「量的な考え方や表現ができる能力を表す」と意味した。この定義は、15-18歳の年齢層の生徒の教育に関する報告書である「クラウザー報告書」(DES.1959)の「ニューメラシー」の意味を反映したものである。また、「コッククロフト報告書」(DES/ WO, 1982)においては、基礎計算力やグラフ的表現の形で与えられた情報を解読する能力へと意味が狭められているとされており、幾何、代数、証明などの数学の重要な考えを除いたこの狭い数に基づく解釈は、実用性の文化に密接した捉えであるとの指摘もある。

また、パウロス (John A. Paulos) の「イニューメラシー: 数学的イリテラシーとその結果」(1988)によって「イニューメラシー」や「数学的イリテラシー」という用語が広まった。そこでは、人間の環境の量に関する側面をより良く理解ができることとして、「ニューメラシー」の概念を発展させている。そこでは比較的簡単な数計算や、確率・統計の初等的な考えが、見積もりをするためや、物事の具体的な例と関連付けることで大きな数を理解するためや、量間の関係を作るためや、そして、見込みを評価するために用いられる。しかし、ヤブロンカはこのような捉え方は、「私たちの環境の量的な側面を見ることが、私たちに自動的に関心を持たせるものではない」と批判的に述べている。

1989年の数理科学教育協議会カリキュラム委員会の後援もとにつくられた、「巨人の肩に乗って：ニューメラシーの新しいアプローチ」(Steen, 1990)では、次元、量、不確実性、形、変化のような深い数学的な考えによって、パターン言語としての数学の豊かさという見方を示している。このニューメラシーの解釈では、「リテラシーの解放」の中心要素として見なされるべき能力である他者のデータや数の使用、誤用を批判的に評価するという考えをあまり強調しない。

また、「全米教育・陶冶協議会 (The National Council on Education and Disciplines)」(Steen, 2001)では、「量的リテラシー (quantitative literacy)」という用語を用いて、数や量的情報の使用が増加し続ける社会におけるニューメラシーの意味を追求することの重要性を強調している。しかし、「ニューメラシー」という用語は、たとえその解釈が、数値的情報を処理し伝達し解釈するための数値的、専門的な技術の単なる機能本位の使用を越えているとしても、いまだ成人への数学教育プログラムの中で広く用いられることをヤブロンカは指摘している。

(2) 数学的リテラシーに関する多様な捉え方

数学的リテラシーがどのような現実場面と結びつくのか、また具体的にどのような能力が数学的リテラシーの概念をあらわしているのかを考える場合、その意味は非常に多義的である。その理由としてヤブロンカは、「数学的リテラシーを促進する提唱者の価値観や論理的根拠によって変化するからである」と述べている。そこでヤブロンカは数学的リテラシーを捉える際に、以下の5つの視座を設けて、それぞれについて批判的に考察している。なお、それぞれの視座における引用文献をあげておく。

① 人的資本の開発のための数学的リテラシー

私たちの数学的な概念・構造・考えは、物質的、社会的、心的な世界の現象を組織するための道具として生み出されてきた。ヤブロンカは、この広い概念をあらわす数学的リテラシーの定義の1つの例として、OECD/PISAをあげている。ヤブロンカは、このPISAでの数学的リテラシーという概念は、「数学的な目を通して世界を見ることをねらいとしている。それは、基本的な数学的技能よりも高次の思考（一般的な問題解決技能を発展、応用すること）を強調している。また、数学的問題解決に従事することは、数学への肯定的な態度や、数学や数学の正しい認識を含む。」としている。

しかし、PISA参加国であるOECD加盟国の28カ国とブラジル、中国、ラトビア、そしてロシア連邦の計32カ国のすべての生徒にとって現実的な問題であるとは想像しがたい、と批判的にも述べている。

【引用文献】

- Banu, H. (1991). The importance of the teaching of mathematical modeling in Bangladesh. In M. Niss, W. Blum & I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modeling and Applications* (pp. 117-120). Chichester: Ellis Horwood.
- De Castell, S. (2000). Literacies, technologies and the future of the library in the 'information age'. *Journal of Curriculum Studies*, 32 (3), 359-376.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel/
- Jablonka, E., & Gellert, U. (2002). Defining mathematical literacy for international student assessment. In L. Bazzini & C. Whybrow Inchley (Eds.), *Mathematical Literacy in the Digital Era: CIEAEM 53 (Commission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement des Mathematiques)* (pp. 119-124). Milano, Italy: Ghisetti & Corvi Editiori.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills: A New Framework for Assessment*. Paris: OECD.

② 文化的アイデンティティのための数学的リテラシー

ここでは民族数学の観点から数学的リテラシーについて述べられている。民族数学の様々な研究から、数学的概念が明確に含まれている学校外の実践が確認されている。しかし、学校数学において、それらの学校外実践は離れた存在となっていると考えられる。従って、学校数学と学校外実践とを結びつけることは、それらの実践から学校数学の実践への移行を助けることと見られる、としている。

また同様に、民族数学の様々な研究から、数学的概念が暗黙的に含まれている学校外の実践が確認されている。数学教育において、これらの暗黙的な数学実践から数学を学ぶことへの重要性について述べられている。このことは、西洋数学から数学を学ぶことに絶対的な信頼をよせることの反対の表現といえる。それによって、西洋のカリキュラムや教科書が発展途上国に持ち込まれる際に起こるであろう文化的アイデンティティの変化を回避することが可能である、としている。

しかし、民族数学は生徒の文化的な背景の重要性を強調するが、それは、それらの文化的背景に関係する教室に、文化的葛藤がないことを前提にしている。しかし、いくつかの文化が、両立し、調和するかどうかは疑わしく、この点に関してヤブロンカは疑問視している。そして、数学がどのように社会文化的な環境を決定するのかという逆の質問、そして、数学に基づく社会的又は物質的な技術を理解、評価するための能力を発達させる問題は、民族数学に関係した研究においては問題となっていない、としている。

【引用文献】

- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5 (1), 44-48.
- Australian Association of Mathematics Teachers (AAMT) (1997). *Final Report for the Rich Interpretation of Using Mathematical Ideas and Teaching Key Competency Project*. Adelaide.
- Baker, D. (1996). Children's formal and informal school numeracy practices. In D. Baker, J. Clay & C. Fox (eds.), *Challenging Ways of Knowing* (pp. 80-88). London: Falmer Press.
- Barton, B. (1996). An archaeology of mathematical concepts: Sifting languages for mathematical meanings. In J. G. McLoughlin (Ed.), *Canadian Mathematics Education Study Group: Proceedings 1999 Annual Meeting* (pp. 45-56). Newfoundland: Memorial University of Newfoundland.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Borba, M. C. (1995). *Um estudo de etnomatemática: Sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o 'Núcleo-Escola' da Vila Nogueira-Sao Quirino* (A study of ethnomathematics, its incorporation into the elaboration of a proposed pedagogy for the 'School-Centre' at Vila Nogueira-Sao Quirino). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- FitzSimons, G. E. (2000). Mathematics for vocational and lifelong learning: Cultural diversity and co-operation in workplace and adult education. In A. Ahmed, J. M. Kraemer & H. Williams (Eds.), *Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM 51* (pp. 97-102). Chichester: Ellis Horwood.
- Gellert, U. (2000). Historic examples as a means to become critical. In A. Ahmed, J. M. Kraemer & H. Williams (Eds.), *Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM 51* (pp. 79-85). Chichester: Ellis Horwood.
- Gerdes, P. (1999). *Geometrical and educational explorations inspired by African cultural activities*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Grignon, C., & Passeron, J. C. (1989). *Le savant et le populaire: miserabilisme et populisme en sociologie et en littérature*. Paris: Gallimard.
- Joseph, G. G. (1992). *The Crest of the Peacock: Non-european Roots of Mathematics*. New York, NY:

Penguin Books.

- Knijnik, G. (2000). Cultural diversity, landless people and political struggles. In A. Ahmed, J. M. Kraemer & H. Williams (Eds.), *Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM 51* (pp. 30-39). Chichester: Ellis Horwood.
- Moses, R. P., & Cobb, C. E. Jr. (2001). *Radical Equations: Math Literacy and Civil Rights*. Boston: Beacon Press.
- Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S (1998). *ESRC end of award report: Towards a mathematical orientation through computational modeling project*. London: Mathematical Sciences Group, Institute of Education, London University.
- Nunes, T., Schliemann, A., & Carraher, D. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Rav, Y. (1993). Philosophical problems of mathematics in the light of evolutionary epistemology. In S. Restivo, J. P. van Bendegem & R. Fischer (Eds.), *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education* (pp. 80-112). Albany: State University of New York Press.
- Vithal, R., & Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of ethnomathematics. *Educational Studies of Mathematics*, 34 (2), 131-157.

③ 社会変化のための数学的リテラシー

ここでは、社会または政治に関連した現実を分析するための数学の使用を促進する数学的リテラシーの捉え方が述べられている。ヤブロンカ、「批判的教授の範囲の中では、数学教育は、批判的な市民権を目指す政治的なビジョンにもなうプロジェクトとして見なされる。数学的リテラシーはそのとき、現実の一部の再解釈のため、そして、異なった現実を追求することの過程に参加するための1つの能力である。」と述べている。このことより、生徒が数学を用いて社会を批判的に見ることができることが数学的リテラシーの構成要素であると考えられる。また、そのような社会・政治的な問題を批判的にみる道具としての数学の1つの能力として、批判的な数学的リテラシーについてまとめている。

しかし、個人—社会的な問題を表現したり、モデル化したりすることによって批判的意識を得るための道具として、数学を用いることの可能性を強調するという概念における矛盾がある、と批判的に述べている。

【引用文献】

- Frankenstein, M., & Powell, A. (1989). Empowering non-traditional college students. *Science and Nature*, 9 (10), 100-112.
- Fankenstein, M (2000). In addition to the mathematics-goals for a critical mathematical literacy curriculum. In A. Ahmed, J. M. Kraemer & H. Williams (Eds.), *Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM 51* (pp. 19-29). Chichester: Ellis Horwood.
- Pimm, D. (1990). Mathematical versus political awareness: Some political dangers inherent in the teaching of mathematics. In R. Noss et al. (Eds.), *Political Dimensions of Mathematics Education: Action and Critique* (no page numbers). London: Institute of Education, London University.
- Shan, S. J., & Baily, P. (1991). *Multiple Factors: Classroom Mathematics for Equality and Justice*. Stoke-on-Trent: Trentham Books.
- Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*.
- Teese, R. (2000). *Academic Success and Social Power*. Melbourne: Melbourne University Press.

④ 環境についての意識のための数学的リテラシー

数学的リテラシーや科学的リテラシーの概念は、個人的、局所的な問題を解決することができる能力だけではなく、世界的な環境問題もまた関連付けられるとし、環境問題に関する数学的リテラシーについてまとめている。

環境問題は数学を含む多くの学問領域が関連する。その中で数学は、環境問題に関して、「重要な生物学的概念や物理学的概念を（再）定式化するための言語」と、「環境問題をモデル化するための道具」という2重の役割がある。これらの環境問題の文脈には、学問的な数学とは異なる数学の役割がある。それらの数学の役割を認識することは、環境問題を認識することにつながる。従って、環境問題に対する数学的リテラシーは、環境問題における数学を認識し、環境問題を認識する能力である。

しかし、ここでの数学的リテラシーは文化的アイデンティティのための数学的リテラシーと対立するようになりえることを指摘している。

【引用文献】

- D'Ambrosio, U. (1994). On environmental mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 171-174.
- Booß-Bavndeck, B. (1991). Against ill-founded, irresponsible modeling. In M. Niss, W. Blum & I. Huntly (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 70-82). Chichester: Ellis Horwood.
- Dreyfuß, T. (1993). Didactic design of computer-based learning environments. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 101-130). Berlin: Springer.
- Fisher, R. (1993). Mathematics and social change. In S. Restivo, J. P. van Bendegem & R. Fisher (Eds.), *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education* (pp. 197-219). Albany: State University of New York Press.
- Fusaro, B. A. (1995). Environmental mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 1, 9-12.
- National Science Foundation (NSF) (1994). Science, mathematics, engineering, and technology education for the 21st century. In U. D'Ambrosio et al. (Eds.), *Report on a Summer Symposium on Educating for Citizenship in the 21st Century, July 1992* (no page number). Washington DC: National Science Foundation.
- Restivo, S. (1993). The social worlds of mathematics. In S. Restivo, J. P. van Bendegem & R. Fisher (Eds.), *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education* (pp. 246-279). Albany: State University of New York Press.
- Kreith, K. (1993). *Building a mathematical base for environmental studies curricula*. Davis, CA: Department of Education, University of California.

⑤ 数学を評価するための数学的リテラシー

ここでは、批判的教育学における数学的リテラシーについて述べられている。ここでの数学的リテラシーは、生徒を取り巻く社会や文化に影響を与えている数学の正当性を問わずに自明なものとするのではなく、社会や文化に用いられている数学の使用に関する正当性を批判的に検討することも含んでいる。このことに関してヤブロンカは、数学的リテラシーの概念は、多かれ少なかれ科学的な方法で与えられる情報を解釈し、社会に影響を与える適用の意識を教育し、そして数学的モデルの信頼性の限界の自覚を伸ばすための準備がなされるという目的を含むと述べている。

また、ここでの数学的リテラシーを導入するためには、数学に言及するものとして分類されうる様々な実践の領域を探ることであり、それらは暗黙的、明示的に数学が組み込まれている。その例として、以下の5つをあげている。

【引用文献】

- Dowling, P. (1991). Gender, class, and subjectivity in mathematics: a critique of Humpty Dumpty. *For the Learning of Mathematics, 11* (1), 2-8.
- Giroux, H. A. (1989). *Schooling for Democracy: Critical Pedagogy in the Modern Age*. London: Routledge.
- Jablonka, E. (1996). *Meta-Analyse von Zugängen zur mathematischen Modellbildung und Konsequenzen für den Unterricht. (Meta-analysis of approaches to mathematical modeling and consequences for mathematics classroom practice)*. Berlin: Transparent Verlag.
- Keitel, C. (1997). Numeracy and scientific and technological literacy. In E. W. Jenkins (Ed.), *Innovations in Science and Technology Education* (pp. 165-185). Paris: UNESCO.
- Keitel, C., Kotzmann, E., & Skovsmose, O. (1993). Beyond the tunnel-vision: Analysing the relationship between mathematics, society and technology. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 243-279). Berlin: Springer.
- Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Steen, L. A. (Ed.) (2001). *On the Shoulders Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington, DC: National Academy Press.

1) 縮約された尺度と指標に関する推論

数学は例えば、(経済)政策の明確な主張を押し通すために議論を客観化する手段として、高度に縮約された尺度や複雑にされた指標として使用されることがある(例えば、1人あたりの国民総生産、失業率、資金比率、生産力、収益性、生活費に対する物価指数、株価指数、下落指数など)。そのような尺度や指標をみるときに、イデオロギー的に含まれる意味は隠されてしまう場合がある。従って、関連した文化的な知識の欠けている者の数字のみの解釈では、誤ってしまう。そのような尺度がどのように現実の認識に関連しているか理解するためには、どのデータが用いられるか、どのようにそれらのデータが標準化され、統合されるかを知ることが重要である。

このように、数学的リテラシーを持った成人は、複雑な尺度に頼る数値的な議論によって、政治的・哲学的・社会的・司法的な議論を置き換えることの危険性について気付いているべきである。これは、それらの議論が、社会経済の問題に関連している尺度に基づくことができないことを意味しているのではなく、それらが適切な地域・文化・政治の知識によって補足されるべきであることを意味している。

2) 処理 (transactions) を定式化すること

数学は、力や金を分配すること、収入や費用の計算、そして社会活動において見られるいくらかの他の秩序の手続きを定式化することに用いられる。それらの計算の発展を組み立てた社会の条件は、数学的表現から簡単に再構成されるものではないので、それらはあくまで表面上現実の一部である。

3) プラトニックモデル (Platonic models) にともなう推論

数学を使うもう1つの実際は、モデルによって推論する実際である。それは、測定することのできない変数を含むので、経験的データとの関係をもたない。従って、それらはある経験的でない「プラトニック的」實在論に関連する。これは異なる主張がなされない限り問題ではない。

4) 表面モデル (surface-model) を構成すること

それ自身で数学化され、システムのある階層に生産的なメカニズムを提供する理論に基づくモデル (例えば、衛星に対する地球静止軌道を見つけるとき) に対し、任意の調整によるシステムの達成状況に関するその場限りのモデル化の多くの例がある。しかし、それらのモデルの適用範囲を超えた使用には注意を払わなければならない。

5) 数秘学 (Numerology)

数の隠された意味やそれから想定される人の生命への影響についての研究を含む多くのものがある。それらの意味は、超自然的な力または隠された精神的な秩序に関連するであろう。数秘学的実践は、伝授された人にだけしか利用できない知識の使用を含むことが多い。それは、魔法と述べられる方法で世界に影響を与える。

以上のように、ヤブロンカは世界的に広がっている数学的リテラシーに関する議論を5つの視座からまとめ、そして、それぞれの視座に対して批判的な見解を述べている。このことから、1つの視座に含まれる正負の側面の存在を認識することを示唆しているようにも思える。また、ヤブロンカの主張としては、5つ目の視座である「数学を評価するための数学的リテラシー」を強調している。数学的リテラシーに関するこれらの議論が、そのままわが国の数学的リテラシーに関する議論にはなりえないとは思えるが、世界的におこなわれているこれらの議論の概観を踏まえることは重要であると考えられる。